при нелинейном преобразовании шкалы фактора. Данный вывод косвенно подтверждается сведениями из раздела "О типах линий тренда" справочного руководства табличного процессора MS Excel, где указано (без каких-либо дополнительных пояснений), что "отображаемое вместе с линией тренда значение величины R-квадрат не является корректным".

Нами предлагается в качестве меры близости линии регрессии к эмпирическим точкам наблюдений использовать интегральную квадратичную оценку – функционал вида:

$$J = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \left[y^*(x) - (ax+b) \right]^2 dx \to \min_{a,b}, \quad (3)$$

где $y^*(x)$ – некоторое кусочно-линейное приближение искомой функции, заданной точечными отсчетами (x_i, y_i).

Подходящим приближением в общем случае может являться ломаная, а в задачах вероятностного типа – ступенчатая функция. В этих случаях функционал вычислим аналитически как для простой линейной регрессии, так и для некоторых ее нелинейных форм (например, экспоненциальной). Поэтому возможна также и аналитическая его минимизация, что позволит получить оценки параметров регрессии в замкнутой форме, без необходимости использования численных итерационных процедур. Аналогичный подход применим также для нахождения интегрального коэффициента детерминации.

Таким образом, минимизация интегральной квадратичной оценки при построении моделей регрессии нечувствительна к неравномерности расположения (группировки) точек наблюдения, не требует линеаризации некоторых нелинейных форм зависимости отклика и фактора, и, по-видимому, более корректна в отношении оценки коэффициента детерминации.

Литература

1. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1978. – 832 с.
2. Шитиков, В.К. Количественная гидроэкология: методы системной идентификации / В.К. Шитиков, Г.С. Розенберг, Т.Д. Зинченко – Тольятти, ИЭВБ РАН, 2003. – 463 с.
3. Тур, В.В. Нормирование снеговых нагрузок для территории Республики Беларусь / Тур В.В., Валуев В.В., Дереченник С.С. [и др.] // Строительная наука и техника. – 2008. – № 2 (17). – С. 27–45.

УДК 517.512.2

АППРОМАКСИМАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ

Дыбко А.В., Дацык В.Т.
УО «Брестский государственный университет им. А.С.Пушкина», г. Брест

Пусть требуется вычислить определённый интеграл $\int_a^b f(x)dx$, где $f(x)$ есть некоторая заданная на промежутке $[a,b]$ непрерывная функция. Мы имеем много примеров вычисления подобных интегралов, либо с помощью первообразной, если она выражается в конечном виде, либо же – минуя первообразную – с помощью различных приёмов, большей частью искусственных. Нужно отметить, однако, всем этим исчерпывается лишь довольно узкий класс интегралов; за его пределами обычно прибегают к различным методам приближённого вычисления.

Дробление промежутка интегрирования.

При вычислении интеграла $\int_a^b f(x)dx$ можно поступить так. Разобьем сначала промежуток $[a,b]$ на некоторое число n равных промежутков

$$[x_{0,} x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n] \qquad x_0 = a, x_n = b,$$

в связи с чем данный интеграл представится в виде суммы

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)dx. \tag{1}$$

Теперь же к каждому из этих промежутков применим параболическое интерполирование, т.е. станем вычислять интегралы (1) по одной из приближенных формул

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a) f\left(\frac{a+b}{2}\right) \tag{2}$$

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)\frac{f(a) - f(b)}{2} \tag{3}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right] \tag{4}$$

Применим теперь к интегралу (1) формулу (4); при этом, для краткости, положим, как и выше,

$$f(x_i) = y_i, \qquad \frac{x_i + x_{i+1}}{2} = x_{i+1/2}, \qquad f(x_{i+1/2}) = y_{i+1/2}$$

Мы получим

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx = \frac{b-a}{6n}(y_0 + 4y_{1/2} + y_1),$$

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = \frac{b-a}{6n}(y_1 + 4y_{3/2} + y_2),$$

……………………………..

……………………………..

$$\int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)dx = \frac{b-a}{6n}(y_{n-1} + 4y_{n-1/2} + y_n).$$

Наконец, складывая почленно эти равенства, придем к формуле:

$$\int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)dx = \frac{b-a}{6n}[(y_0 + y_n) + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) + (y_{3/2} + 4y_{5/2} + y_{n-1/2})].$$

Она носит название формулы Симпсона; этой формулой пользуются для приближенного вычисления интегралов чаще, чем формулами прямоугольников и трапеций, ибо она - при той же затрате труда - дает обычно более точный результат.

Литература

1. Матвеев, Н.М. Дифференциальные уравнения / Н.М. Матвеев – Минск: Вышэйшая школа, 1976. – 368с. с ил.
2. Натансон, И.П. Теория функций вещественной переменной / И.П. Натансон – М.: Наука (Главная редакция физико-математической литературы), 1974. – 480 стр. с илл.
3. Самко, С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.

УДК 517

ЧИСЛЕННАЯ РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАЗРАБОТКИ ГАЗОВЫХ ЗАЛЕЖЕЙ С ПОЛЗУЧЕЙ СРЕДОЙ

Б.З.Казымов, К.К.Насирова

Институт геологии Национальной Академии Наук Азербайджана,
г. Баку, Азербайджан

Горные породы глубокозалегающих месторождений нефти и газа, находящиеся в процессе разработки, могут подвергаться сильным, часто неупругим – релаксационным и ползучим деформациям. Учет этих явлений позволит существенным образом повысить точность и надежность гидродинамических расчетов по прогнозированию показателей разработки указанного типа месторождений.

В связи с этим настоящая работа посвящена численному моделированию процесса неустановившейся фильтрации реального газа к центральной скважине в залежах с ползучей средой. Исследовалась краевая задача в следующей математической постановке: требуется решить нелинейное дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p}{\mu(p)z(p)}\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial t}\frac{mp}{z(p)} \tag{1}$$

совместно с законом релаксации пористости в ползучей среде

$$m=m_0\left[1+\beta_n(p-p_0)+m_1\int_0^t e^{-\gamma_m(t-\tau)}(p-p_0)d\tau\right] \tag{2}$$

при соответствующих начальных и граничных условиях

$$p(r,0)=p_0\,,\quad m(r,0)=m_0$$

$$\begin{cases}\dfrac{2\pi rhk\beta p}{\mu(p)z(p)p_{atm}}\left.\dfrac{\partial p}{\partial r}\right|_{r=r_c}=q(t)\\[2ex] \left.\dfrac{\partial p}{\partial r}\right|_{r=r_k}=0\end{cases} \tag{3}$$

где p – текущее пластовое давление; p_0 – начальное пластовое давление; q – дебит газовой скважины; m, k, h – соотве пористость, проницаемость и толщина пласта; m_0 – начальная пористость пласта; μ – вязкость тственно, газа; z – коэффициент сверхсжимаемости газа;